Colloque
Ressources éducatives pour la formation au prisme de la professionnalisation dans l'enseignement supérieur

Écologie de la professionnalisation des enseignants

Le cas d'enseignants de mathématiques à la lumière de la théorie anthropologique du didactique

Michèle Artaud, ADEF (équipe Transdid), Université d'Aix-Marseille

La théorie anthropologique du didactique (TAD) développée depuis une quarantaine d'années à partir de la théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1985, 2007, 2019) a pour ambition d'étudier les conditions et les contraintes favorisant, permettant ou au contraire gênant, empêchant la diffusion dans les institutions de la société de praxéologies (ensembles de savoir-faire et de savoirs qui les justifient).

Dans cette communication, elle sera mise à contribution pour :

modéliser le processus de professionnalisation ;
mettre en évidence la fonction des ressources dans ce processus et leur difficulté d'existence ;

en illustrant cela principalement à partir d'un exemple issu de la formation initiale des enseignants de mathématiques.

Cadre théorique

Dans la théorie anthropologique, la notion de rapport d'une personne ou d'une position institutionnelle (instance) à un objet permet de penser la cognition personnelle et institutionnelle.

Le rapport d'une instance à un objet se compose de tout ce qui relie l'instance *î* à l'objet *o* (ce que *î* pense de *o*, de ce qu'il fait, ne fait pas, peut faire ou ne peut pas faire avec *o*, les « sentiments » que *î* peut avoir envers *o*, etc.) (Chevallard, 1989, 2021).

La professionnalisation peut alors être modélisée de la façon suivante.

Soit des personnes, x_i, doivent venir occuper une certaine position *p* dans une institution, et il faut les « professionnaliser » ;
Soit elles l'occupent mais de façon jugée non satisfaisante.
Dans les deux cas, une personne ou une position, que nous noterons *w*, va juger de ce que doit être la professionnalité attendue.

Ici, les x_i seront des étudiants de première année de master MEEF parcours « professorat de mathématiques », et on sera donc dans le premier cas, avec une position p qui sera : « professeur de mathématiques dans un établissement de l'enseignement secondaire ».
w sera principalement la position de formateur enseignant-chercheur en didactique des mathématiques.

Les rapports de ces personnes x_i à un certain nombre d'objets o_j , notés R(x_i, o_j) doivent alors être créés ou modifiés pour être rendus conformes à un rapport que *w* juge souhaitable dans la position *p*, que nous noterons ici pour simplifier $R_w(p, o_j)$ – l'ensemble de ces rapports constituant la professionnalité de *p* selon *w*). Les rapports sont analysés principalement en termes de praxéologies soit, nous l'avons dit, de savoir-faire (types de tâches et techniques permettant de les accomplir) et de savoirs qui permettent de justifier, de produire, de rendre intelligibles ces savoir-faire.

L'exemple développé ci-dessous portera sur un objet principal, la notion de grandeur (longueur, aire. masse, masse volumique, prix, prix unitaire, etc. sont des grandeurs) et sur un objet qui lui est relié, la proportionnalité.

La caractéristique principale des rapports souhaités par w est que la proportionnalité manipule les grandeurs, et pas leurs mesures, de façon notamment à ne pas avoir d'égalité fautive du type, si AB est une longueur, AB = 4 (on a unicité de la longueur mais pas de sa mesure ; 4 m = 400 cm = 4000 mm est la même longueur par exemple).

Dans le processus de création ou de modification des rapports R(x_i, o_j), des ressources sont utilisées, en entendant ici par ressources des œuvres (Chevallard, 2019) que l'on va observer, analyser, évaluer voire développer pour modifier ou créer les rapports R(x_i, o_j) de façon à les rendre conformes à $R_w(p, o_j)$. [Ces œuvres font partie du milieu didactique.]

C'est principalement ***l'utilisation des ressources dans ce processus de création/modification des rapports*** que nous examinerons ci-après.

Dans quelle mesure les étudiants peuvent-ils mobiliser une ressource pour modifier le rapport à la notion de grandeur de façon à ce qu'il soit conforme au rapport souhaité par la position de formateur parce qu'il est jugé par cette position comme « professionnalisant » ?

Données

Pour cela, nous prendrons appui sur des données recueillies dans le cadre d'un enseignement de didactique des mathématiques délivrés sur les deux semestres de l'année 2021-2022 et de l'année 2020-2021 dans des conditions un peu différentes.

Ces données sont constituées de travaux rendus lors de l'évaluation de fin de semestre (Semestre 1 en 2020-2021 ; Semestre 2 en 2021-2022).

Il ne s'agit pas de comparer des évaluations ou leurs résultats mais de voir ce qu'elles permettent de manifester des rapports $\mathrm{R}(x_i, o_j)$ et de leur degré de conformité à $\mathrm{R}_{\mathrm{w}}(p, o_j)$. Le choix d'évaluations plutôt que d'autres travaux est lié au fait que, comme on est en fin de semestre, le rapport des étudiants aux objets étudiés est censé être stabilisé et qu'on peut penser que les étudiants font un effort pour montrer le meilleur de ce qu'ils savent ou savent faire.

Analyse rapide d’un premier exemple

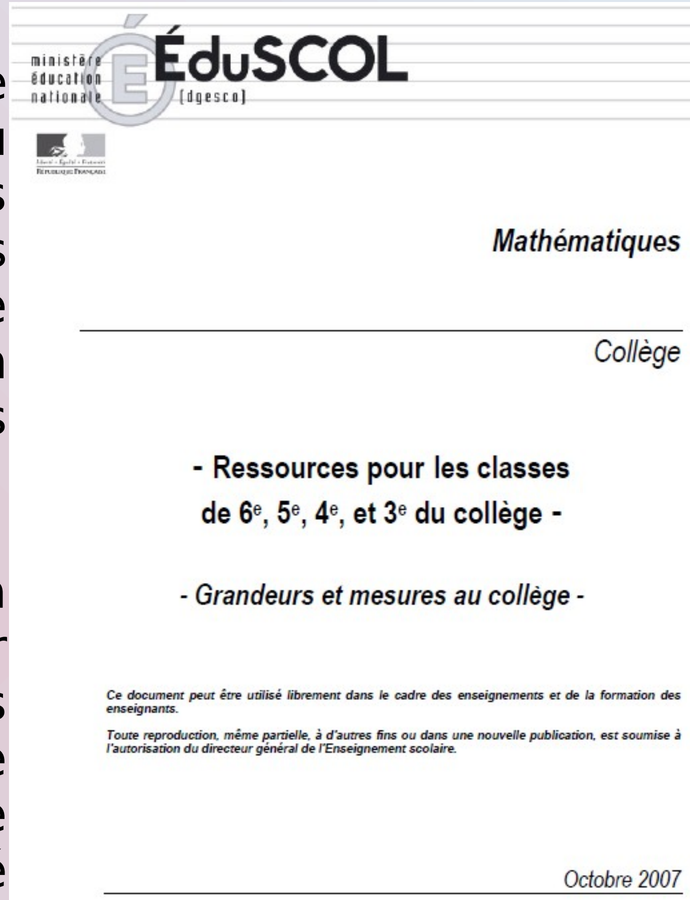
Lors du premier semestre de l’année 2021-2022, le travail proposé, à effectuer en binôme ou trinôme pour la fin de ce semestre et qui comptait pour l’évaluation du travail du semestre, consistait à constituer la matière mathématique à enseigner en classe de quatrième sur le thème du calcul littéral.

Il s’agissait de mettre en forme cette praxéologie mathématique à enseigner sur le calcul littéral en se basant sur les programmes, les documents ressources figurant sur le site Eduscol, des manuels du niveau de la classe considérée ou d’autres ouvrages, du texte du cours, mais aussi de tenir compte d’un document fourni par le formateur qui contenait des éléments absents ou peu développés dans la littérature professionnelle usuelle à propos des programmes de calculs et de leur intérêt pour justifier une praxéologie mathématique sur le calcul littéral, même si un document ressources d’une version antérieure du programme y faisait allusion (MEN, 2008, Artaud 2020).

Une analyse des productions rendues par les groupes d’étudiants met en évidence que les ingrédients de ce document n’ont été pris en compte que par très peu d’entre eux et, lorsqu’ils l’ont été, cela a été de façon très partielle, peu fonctionnelle. En revanche, ces productions sont davantage conformes à ce qui existe dans les manuels, avec un déficit de développement du savoir mathématique justifiant les pratiques, et corrélativement une pratique peu contrôlée.

Cela met en évidence que les conditions pour que le rapport à certains objets se modifie ou se construise pour devenir conforme à ce que la formation souhaite sont loin d’aller de soi ; en particulier, le problème de légitimité des savoirs didactiques, qui peinent à diffuser dans la profession de professeur (Artaud, 2020), gêne voire empêche la professionnalisation des étudiants voulant devenir professeurs de mathématiques.

Analyse développée d’un second exemple


ministère éducation nationale
ÉduSCOL
[dgesco]

Mathématiques

Collège

- Ressources pour les classes de 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, et 3^{e} du collège -

- Grandeurs et mesures au collège -

Ce document peut être utilisé librement dans le cadre des enseignements et de la formation des enseignants.

Toute reproduction, même partielle, à d'autres fins ou dans une nouvelle publication, est soumise à l'autorisation du directeur général de l'Enseignement scolaire.

Octobre 2007

Le travail proposé lors du second semestre de l’année 2021-2022 est l’étude d’un document Ressources du programme du collège de 2007 (MEN, 2007), portant sur les grandeurs et leur mesure, encore cité comme ressources dans celui relatif au programme de 2016. Le contenu de ce document a été principalement rédigé par un didacticien des mathématiques et s’appuie sur des travaux didactiques bien connus sur ce domaine mathématique (Artaud, 2021).

Deux groupes d’étudiants (l’un situé à Marseille, l’autre à Avignon) ont eu cette ressource à étudier et la trace de leur étude servant de support à l’évaluation était différente. Les étudiants de l’un des groupes (Avignon) devait remettre une synthèse du document, les étudiants de l’autre groupe (Marseille) se sont vus proposer un travail en temps limité dans lequel ils avaient à exploiter le contenu du document (disponible lors de l’évaluation) pour répondre à une question sur l’intérêt des grandeurs pour produire une technique de conversion et pour analyser un fragment d’un manuel pour la classe de 6^{e} sur la proportionnalité qui comportait des erreurs dans la manipulation des grandeurs au regard de la ressource.

L'évaluation en temps limité proposée

I. En vous appuyant sur le contenu du document de la collection Ressources pour le collège portant sur Grandeurs et mesures publié en octobre 2007, expliciter en quoi le travail sur les grandeurs permet de produire une technique de conversion efficace. On donnera au moins un exemple illustrant cette technique de conversion.

II. On trouvera [ci-contre] un extrait de manuel de sixième portant sur la proportionnalité. Proposer une mise en forme de ce contenu conforme à ce que développe le document de la collection Ressources pour le collège portant sur Grandeurs et mesures publié en octobre 2007 en justifiant les modifications apportées.

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples

1. Une situation de proportionnalité

Des t-shirts sont vendus à l'unité. Un t-shirt coute 11 €.

Le prix à payer en euros s'obtient en multipliant le nombre de t-shirts achetés par 11.

Le nombre de t-shirts achetés et le prix à payer sont deux grandeurs proportionnelles.

11 est le coefficient de proportionnalité.

Luc a acheté 6 t-shirts. Il a payé $6 \times 11 = 66$ euros.

Hatim a acheté des t-shirts et a payé 132 euros.
Il a acheté $132 \div 11 = 12$ t-shirts.

On peut représenter la situation dans un tableau en y rassemblant les grandeurs étudiées.

÷ 11

Nombre de t-shirts	1	6	12
Prix à payer (en €)	11	66	132

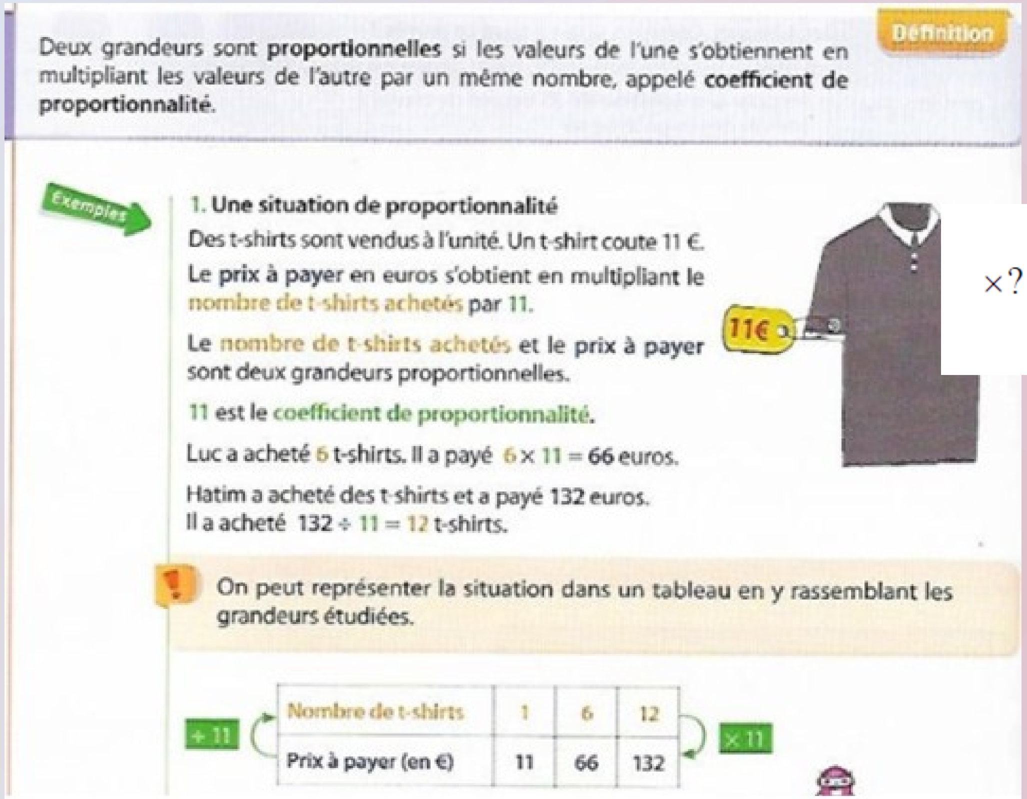
× 11

L’analyse de cette évaluation en temps limité met en évidence que la question est mieux réussie que l’analyse. Aller chercher des éléments de réponse à une question relativement précise dans une ressource est possible pour les étudiants concernés ; déterminer, au regard de la ressource, des écarts de rapports est plus difficile, voire presque impossible.

La quasi totalité des étudiants ne modifie pas la définition du coefficient de proportionnalité ; certains améliorent quelque peu le traitement de l’exemple proposé ou proposent des ingrédients de nature à l’améliorer mais sans aller jusqu’à le mettre en forme d’une façon convenable.

Pourtant cette question était traitée clairement dans la ressource.

Manuel



Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples

1. Une situation de proportionnalité

Des t-shirts sont vendus à l'unité. Un t-shirt coute 11 €.

Le prix à payer en euros s'obtient en multipliant le nombre de t-shirts achetés par 11.

Le nombre de t-shirts achetés et le prix à payer sont deux grandeurs proportionnelles.

11 est le coefficient de proportionnalité.

Luc a acheté 6 t-shirts. Il a payé $6 \times 11 = 66$ euros.

Hatim a acheté des t-shirts et a payé 132 euros. Il a acheté $132 \div 11 = 12$ t-shirts.

On peut représenter la situation dans un tableau en y rassemblant les grandeurs étudiées.

Nombre de t-shirts	1	6	12
Prix à payer (en €)	11	66	132

$\div 11$ $\times 11$

Document Ressources (pages 31 et 32)

La procédure de passage par l'unité, celle utilisant des rapports de grandeurs de même espèce sont utilisables comme précédemment.

×?

1 kg	2,5 kg	17 kg	
2,4 €	6 €		50,4 €

Le passage par l'unité rend inutile l'emploi de la technique du « coefficient » : il suffit d'utiliser ensuite la propriété d'homogénéité. 17 kg = 17 × 1 kg, donc...

50,4 : 2,4 = 21. Donc 50,4 € = 21 × 2,4 €. Donc 50,4 € est le prix de 21 kg. Cette situation familière permet d'introduire la grandeur quotient 2,4 €/kg, prix par kilogramme. […]

On peut alors écrire les résultats obtenus précédemment avec une écriture du type : 2,4 €/kg × 17 kg = 40,8 €.

$\times \frac{b}{a}$ v/u

a u	c u	
b v		d v

$\div \frac{b}{a}$ v/u $\quad \times \frac{a}{b}$ u/v

La considération des synthèses rédigées par le deuxième groupe, celui d'Avignon, met au jour que la majorité des étudiants font une synthèse suivant le plan du document, superficielle pour certains, plus approfondie pour d'autres, mais qui prend peu en charge les aspects techniques ; dans la quasi totalité des synthèses proposées, la question de la proportionnalité n'est pas véritablement traitée.

Deux exemples représentatifs du point moyen

E1

Le document se concentre sur un point central du collège : la proportionnalité. Concernant les calculs de grandeurs et de mesures, il nous est indiqué qu'en classe de sixième et de cinquième, dans le cadre de la proportionnalité, « il est préférable de privilégier des situations mettant en œuvre deux grandeurs de même espèce ». Cela permet d'éviter des confusions dans les unités et de réussir le type de tâches souhaité. Mais en cinquième et en quatrième, ce type de situation peut montrer des limites surtout dans les comparaisons. En quatrième, on manipule les grandeurs produits et grandeurs quotients mais il s'agit de retrouver les données manquantes, ce qui ne se fait pas dans les classes inférieures.

E2

L'enseignement de la proportionnalité est progressif selon un choix de techniques. En 6^{e} et 5^{e} on privilégie la technique sans passer par le coefficient de proportionnalité. En 4^{e}, on introduit le coefficient à partir d'exemples familiers, puis par l'utilisation de formule « d = v*t » et la propriété du produit en croix.

Le seul travail un peu plus détaillé

2) L'enseignement de la proportionnalité

- En 6e et 5e on travaille surtout avec des grandeurs proportionnelles de même espèce.
- On a différents types d'écrits pour représenter la proportionnalité :
  - Le langage naturel
  - Des écrits proches de la langue naturelle, avec des notations et des abréviations
  - Des tableaux, avec des opérateurs fléchés, où les calculs des coefficients de proportionnalité sont des rapports de longueurs.
- On a aussi des grandeurs d'espèces différentes, par exemple masse/prix ou bien durée/distance.
- En 5e et en 4e, on travaille les grandeurs quotients lorsque ces grandeurs varient.
- En 4e, on apprend à manipuler la formule de la vitesse, d = vt pour déterminer l'une des grandeurs manquantes. On découvre aussi la propriété du « produit en croix », pour caractériser l'égalité de deux quotients.

Le rapport à la notion de grandeur des étudiants s'est ainsi modifié mais pas suffisamment pour être conforme au rapport R_w souhaité.

Éléments de conclusion

La mise à disposition de ressources est loin de suffire à contribuer à la professionnalisation. Il faut l'accompagner d'une aide à l'étude consistante qu'il est parfois difficile de développer sous les conditions/contraintes institutionnelles auxquelles les formations sont soumises.

On voit ainsi ici qu'une praxéologie autour de la technique d'étude des ressources, qui a pourtant été mise en œuvre dans les enseignements de didactique mais pas institutionnalisée par écrit, n'est pas assez développée pour modifier « suffisamment » le rapport des étudiants et le rendre conforme à un rapport que *w* souhaiterait voir exister pour professionnaliser les étudiants.

Le fait que le *logos* d'une praxéologie conditionne fortement les *praxis* de cette praxéologie et que l'étude doit « tenir les deux bouts » ne diffusent pas suffisamment pour s'inscrire de façon opératoire dans le rapport à l'étude de la position d'élève-professeur de mathématiques.

Par ailleurs, comme nous l'avons noté rapidement à propos du premier exemple, le problème de légitimité des savoirs didactiques, qui peinent à diffuser dans la profession de professeur (Artaud, 2020), gêne voire empêche la professionnalisation des étudiants voulant devenir professeurs de mathématiques.

Merci de votre attention !

Références

Artaud, M. (2020). Phénomènes transpositifs de la didactique dans la profession de professeur. *Educação Matemática Pesquisa, 22*(4), 630-645. https://revistas.pucsp.br/...

Artaud, M. (2021). Des grandeurs et de leur mesure : Besoins praxéologiques de la position de professeur et leur satisfaction. In H. Chaachoua, A. Bessot et al. (Éds). *Nouvelles perspectives en didactique : point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeurs et mesure Vol. 1* (pp. 197-226). Grenoble, France : La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble, France : La pensée sauvage, 1985.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 1. Structures & Fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Éds), *Actes de la XI*[e] *École d'été de didactique des mathématiques*. La pensée sauvage. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=52

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Jaen, Espagne : Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Chevallard Y. (2019). On using the ATD: Some clarifications and comments. *Educação Matemática Pesquisa*, *21(*4), 1-17. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p001-017-

Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel.* Thèse de doctorat. Université d'Aix-Marseille. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709

Ministere De L'education Nationale (2007). *Grandeurs et mesures au collège.* http://cache.media.education.gouv.fr/file/Programmes/16/9/doc_acc_clg_grandeurs_109169.pdf

Ministere De L'education Nationale (2008). Du numérique au littéral. http://media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/3/du_numerique_au_litteral_109173.pdf